Exercice 17 :

Dans la figure ci-contre , ABCD est un parallélogramme de centre ω et les triangles ABO_1 , BCO_2 , CDO_3 et DAO_4 sont des triangles isocèles de sommets principaux respectifs O_1 , O_2 , O_3 et O_4 . On suppose que le plan est orienté et que $(\overrightarrow{O_1A},\overrightarrow{O_1B}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par R_1 , R_2 , R_3 et R_4 les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs O_1 , O_2 , O_3 et O_4 .

1°/ a)Déterminer (R_2° R_1) (A) , (R_3° R_2) (B) et (R_4°R_3) (C)

b)Montrer que les applications (R_2° R_1) , (R_3° R_2) et (R_4°R_3) sont toutes les trois égales à une même application que l'on déterminera et que l'on désignera par f .

2°/ a) Montrer que $R_3(R_2(O_1)) = R_2(O_1)$ et déterminer $f(O_1)$.

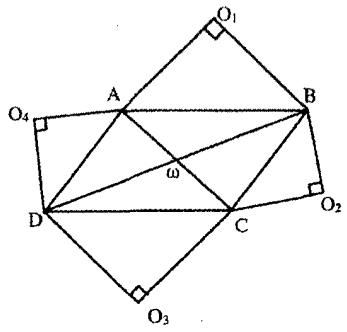
b) Montrer que $f(O_2) = O_4$.

c) Quelle est la nature du quadrilatère $O_1O_2O_3O_4$?

3°/ Soit Δ la médiatrice du segment [AB] et S_Δ la symétrie orthogonale d'axe Δ . On pose

$g = R_2 \circ S_\Delta$.

4°/ a)Détermine g(A) et g(O_1)

b)Montrer que g n'est pas une symétrie axiale et en déduire la nature de g .

c) Construire le point $\omega' = g(\omega)$. Déterminer les éléments caractéristiques de g .